

# Examen VWO

# 2026

Oefenversie tijdvak 1  
13:00 – 16:00

**wiskunde B**

Dit examen bestaat uit 17 vragen.  
Voor dit examen zijn maximaal 75 punten te behalen.  
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Formules

---

### Goniometrie

$$\sin(t + u) = \sin(t) \cos(u) + \cos(t) \sin(u)$$

$$\sin(t - u) = \sin(t) \cos(u) - \cos(t) \sin(u)$$

$$\cos(t + u) = \cos(t) \cos(u) - \sin(t) \sin(u)$$

$$\cos(t - u) = \cos(t) \cos(u) + \sin(t) \sin(u)$$

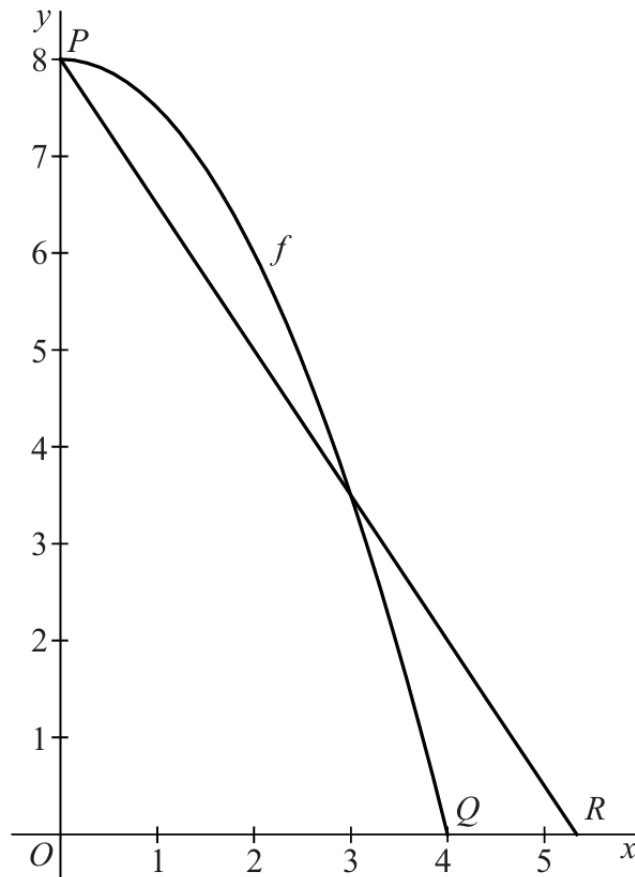
$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$

## Lijnstuk en parabool

Op het domein  $[0, 4]$  is de functie  $f$  gegeven door  $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ . De randpunten van de grafiek van  $f$  zijn  $P(0, 8)$  en  $Q(4, 0)$ . Zie de figuur. Verder is gegeven een lijnstuk  $PR$  met eindpunten  $P(0, 8)$  en  $R(a, 0)$ , waarbij  $a > 4$ . In de figuur is voor een waarde van  $a$  ook het lijnstuk  $PR$  getekend.

figuur



Er is een waarde van  $a$  waarvoor de grafiek van  $f$  en het lijnstuk  $PR$  elkaar snijden in het midden van  $PR$ .

4p **1** Bereken exact deze waarde van  $a$ .

De lengte van boog  $PQ$  van de grafiek van  $f$  is gelijk aan

$$\int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

5p **2** Bereken in twee decimalen nauwkeurig voor welke waarde van  $a$  de lengte van boog  $PQ$  van de grafiek van  $f$  gelijk is aan de lengte van lijnstuk  $PR$ .

## Logaritmen en vierde macht

De functie  $f$  en  $g$  zijn gegeven door:

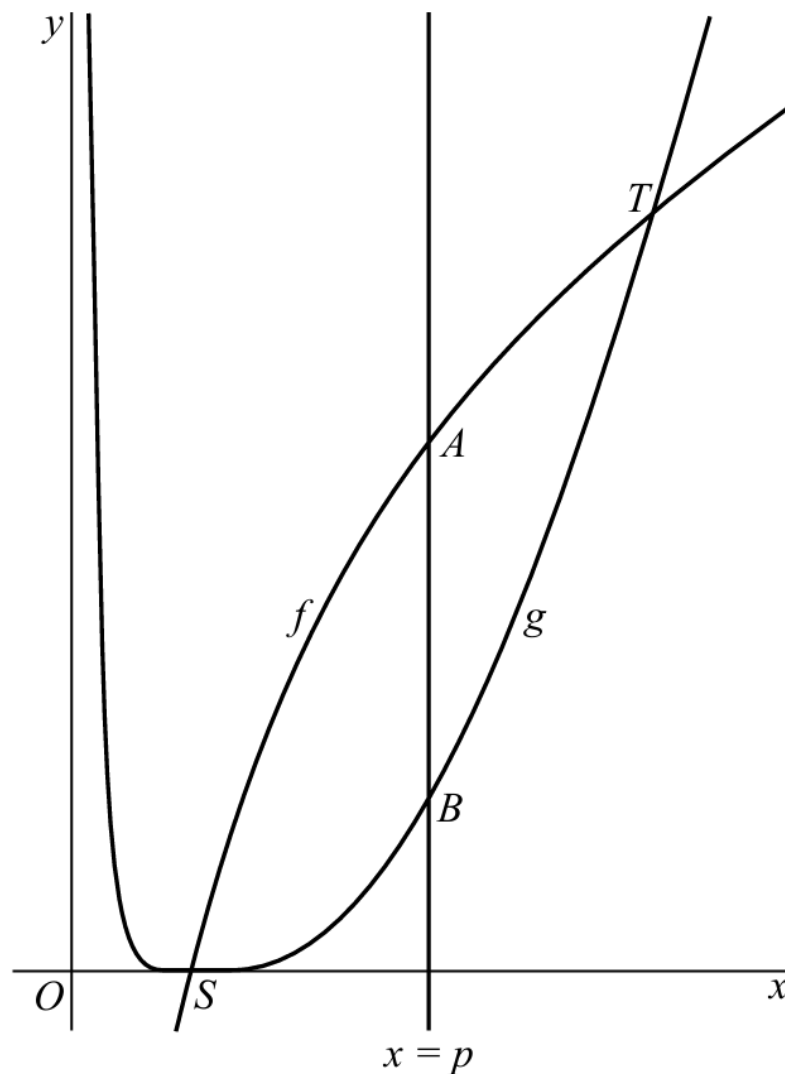
$$f(x) = 4 \cdot \ln(x) \text{ en } g(x) = (\ln(x))^4 \text{ met } x > 0.$$

De grafieken van  $f$  en  $g$  snijden elkaar in de punten  $S$  en  $T$ .

Een lijn  $x = p$  snijdt tussen  $S$  en  $T$  de grafiek van  $f$  in  $A$  en de grafiek van  $g$  in  $B$ .

Zie figuur 1.

**figuur 1**



Er is een waarde van  $p$  waarvoor de lengte van lijnstuk  $AB$  maximaal is.

- 6p **3** Bereken exact de maximale lengte van  $AB$ . Schrijf je antwoord zo eenvoudig mogelijk.

**Ga verder op de volgende pagina.**

## Het ontwerp van een brug

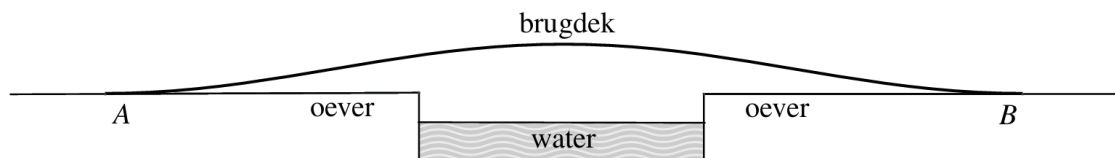
Een gemeente wil in een park een brug over een vijver aanleggen.

De brug moet:

1. minstens 8,00 meter overspannen (de breedte van de vijver),
2. als zijaanzicht de vorm van een sinusoïde hebben (om esthetische redenen),
3. horizontaal aansluiten op beide oevers (de oevers liggen even hoog),
4. een hoogste punt van 1,00 m boven het wateroppervlak hebben (om roeiboten eronderdoor te kunnen laten varen); het water staat 0,20 m onder het niveau van beide oevers,
5. maximaal een helling  $\frac{1}{15}$  hebben (voor mensen in een rolstoel).

In figuur 1 staat een schets van een zijaanzicht van de situatie, waarbij de punten waarin de brug horizontaal aansluit op beide oevers steeds  $A$  en  $B$  genoemd worden. De tekening is niet op schaal.

figuur 1



In dit zijaanzicht kiezen we een assenstelsel waarin de  $x$ -as op de hoogte van beide oevers ligt en de  $y$ -as door het hoogste punt van de brug gaat. We kiezen zowel op de  $x$ -as als op de  $y$ -as de meter als eenheid. Het zijaanzicht kan nu door een vergelijking in  $x$  en  $y$  beschreven worden.

Een vergelijking van de vorm  $y = 0,40 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{p} x \right) \right)$ , met  $x$  en  $y$  in meters,  $p$  positief en  $x$  binnen een geschikt interval, voldoet aan de eisen 2, 3 en 4. Hierbij is de dikte van het brugdek verwaarloosd.

Afhankelijke van de waarde van  $p$  is ook aan eis 1 voldaan.

2p **4** Bepaal voor welke waarden van  $p$  aan eis 1 is voldaan.

Als aan eis 1 is voldaan, betekent dat nog niet dat is voldaan aan eis 5. Zo is bijvoorbeeld voor  $p = 10,00$  wel aan eis 1 voldaan, maar niet aan eis 5.

5p **5** Bereken algebraïsch voor welke waarden van  $p$  aan eis 5 is voldaan.

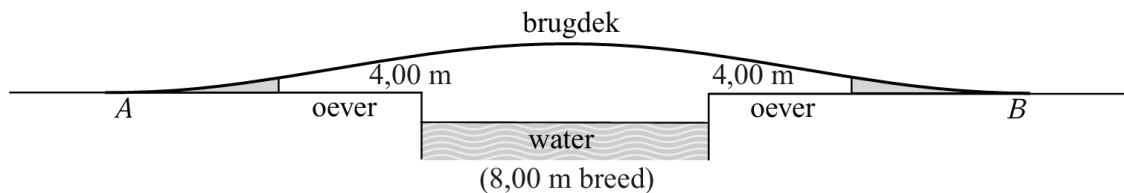
Men kiest voor het zijaanzicht van de brug de vergelijking met  $p = 40,00$ . Deze vergelijking is te schrijven als:

$$y = 0,40 \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{20,00} x \right) \right)$$

De horizontaal gemeten afstand tussen  $A$  en  $B$  is in dit geval 40,00 meter, zodat aan eis 1 is voldaan. Met de gekozen vergelijking is ook aan de vier andere eisen voldaan.

Het brugdek wordt 3,50 m breed. De uiteinden van de brug wil men ondersteunen door aan beide zijden, over de hele breedte van het brugdek, beton te storten. De betonnen gedeelten (met verticale wanden) beginnen op een afstand van 4,00 meter vanaf de rand van de vijver. In figuur 2 zijn in een schets van een zijaanzicht beide delen van de betonnen ondersteuning met grijs aangegeven. De tekening is niet op schaal.

**figuur 2**



- 4p **6** Bereken hoeveel kubieke meter beton voor de betonnen ondersteuning nodig is.

## Dicht bij elkaar

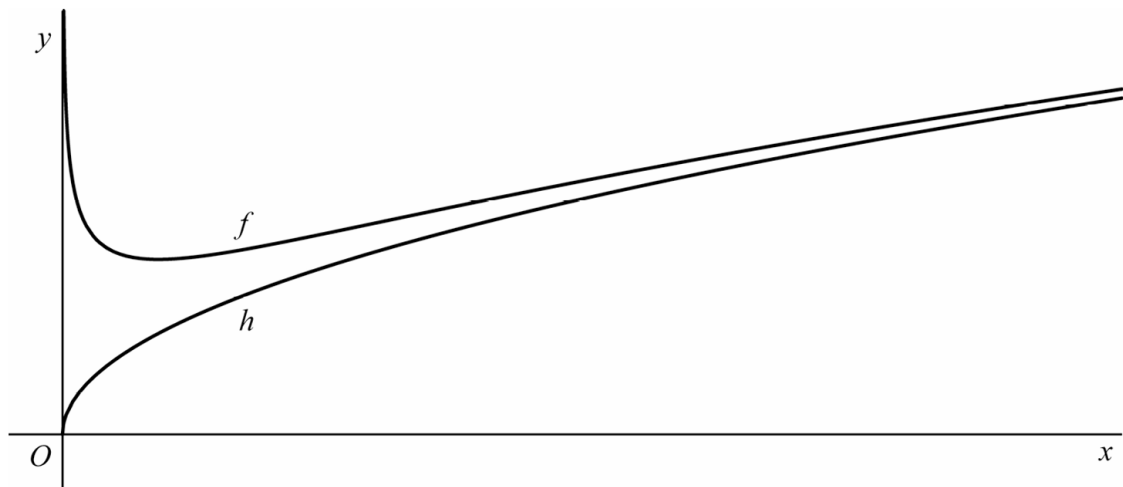
---

De functies  $f$  en  $h$  worden gegeven door:

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{\frac{1}{x}}} \text{ en } h(x) = \sqrt{x}$$

In de figuur zijn de grafieken van  $f$  en  $h$  weergegeven. Voor steeds grotere waarden van  $x$  liggen de grafieken van  $f$  en  $h$  steeds dicht bij elkaar.

figuur



- 2p **7** Leg uit, zonder getallenvoorbeeld of gebruik van de grafische rekenmachine, waarom voor grote waarden van  $x$  de grafieken van  $f$  en  $h$  dicht bij elkaar liggen.
- 3p **8** Bereken voor welke waarden van  $x$  het verschil tussen  $f(x)$  en  $h(x)$  minder is dan 0,01. Geef je eindantwoord in drie decimalen.

## Lijn door perforatie

---

De functie  $f_b$  wordt gegeven door:  $f_b(x) = \frac{x-b}{x^2-b^2}$  met  $x \neq -b$  en  $x \neq b$ . Voor elke waarde van  $b \neq 0$  heeft de grafiek van  $f_b$  een perforatie.

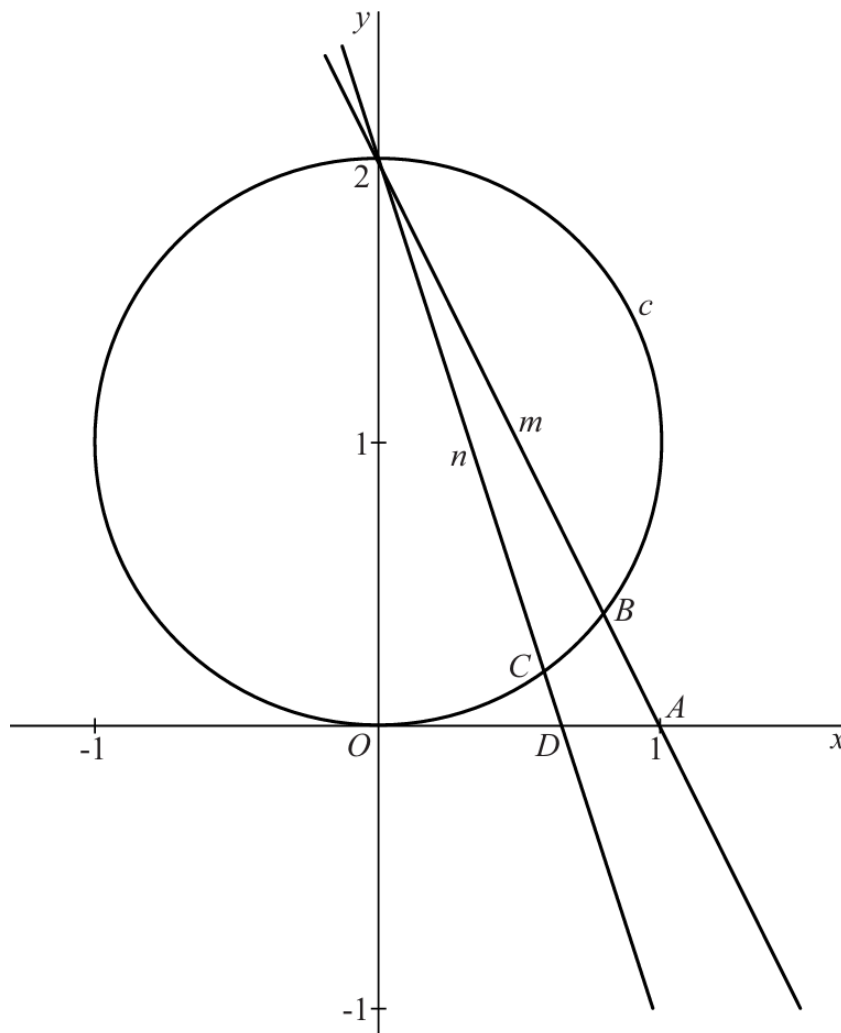
- 7p **9** Bereken exact de waarde(n) van  $b$  waarvoor deze perforatie op de lijn met vergelijking  $y = 4x + 1$  ligt.

## Twee lijnen en een cirkel

Gegeven zijn de lijn  $m$  met vectorvoorstelling  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  
de lijn  $n$  met vectorvoorstelling  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$   
en de cirkel  $c$  met vergelijking  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ .

- 3p **10** Bereken de hoek tussen  $m$  en  $n$ . Rond je antwoord af op een geheel aantal graden.

Lijn  $m$  snijdt de  $x$ -as in  $A$  en lijn  $m$  snijdt cirkel  $c$  in  $(0,2)$  en in  $B$ .  
Lijn  $n$  snijdt de  $x$ -as in  $D$  en lijn  $n$  snijdt cirkel  $c$  in  $(0,2)$  en in  $C$ .  
Zie de figuur.



Voor het punt  $B$  geldt:  $B\left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)$ .

- 4p **11** Toon aan dat het punt  $B$  inderdaad de coördinaten  $\left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)$  heeft.

Voor de punten  $A$ ,  $C$  en  $D$  geldt:  $A(1,0)$ ,  $C\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$  en  $D\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ .

- 6p **12** Toon aan dat de punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  op één cirkel liggen.

## Condensatoren

Een condensator is een elektrische component waarin je elektrische lading kunt opslaan.

Iemand heeft een elektrisch circuit met één condensator gemaakt waarin geldt: als de lege condensator wordt opgeladen, neemt de condensatorspanning toe van 0 tot een limietspanning volgens de formule

$$U = 12 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{2000C}}\right)$$

Hierin is:  $U$  de condensatorspanning in volt,

$t$  de oplaadtijd in seconden en

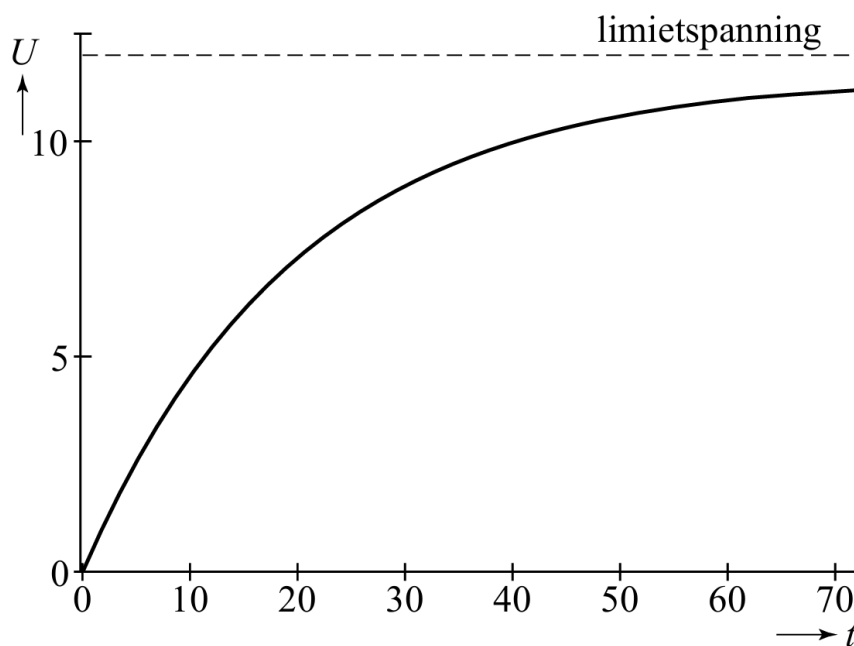
$C$  de capaciteit van de condensator in farad.

Een condensator met een capaciteit van 0,01 farad wordt in dit circuit opgeladen. Voor deze condensator in dit circuit geldt dus:

$$U = 12 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{20}}\right)$$

In figuur 1 is de grafiek van deze  $U$  als functie van  $t$  getekend.

**figuur 1**



- 3p **13** Bereken met behulp van differentiëren met welke snelheid (in volt per seconde) de spanning van een condensator met een capaciteit van 0,01 farad toeneemt op tijdstip  $t = 0$ .
- 6p **14** Bereken algebraïsch hoe lang het duurt voordat bij een condensator met een capaciteit van 0,01 farad de condensatorspanning 90% van de limietspanning is. Rond je antwoord af op hele seconden.

## Eerste- en derdegraadsfunctie

De functies  $f$  en  $g$  zijn gegeven door  $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$  en  $g(x) = \left| -x + 1\frac{1}{2} \right|$ .

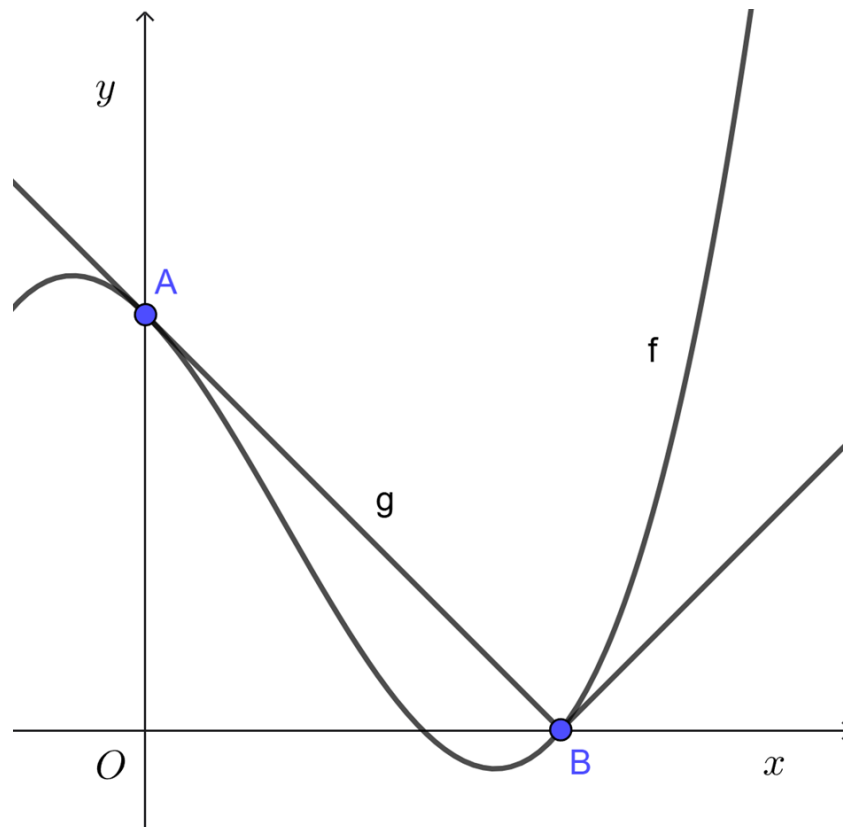
De grafieken van  $f$  en  $g$  snijden beide de  $y$ -as in het punt  $A(0, 1\frac{1}{2})$  en de  $x$ -as in het punt  $B(1\frac{1}{2}, 0)$ .

De grafiek van  $g$  raakt in punt  $A$  aan de grafiek van  $f$ .

5p **15** Bewijs dit.

In de figuur zijn de grafieken van  $f$  en  $g$  getekend.

**Figuur:**



De grafiek van  $f$  verdeelt driehoek  $OAB$  in twee delen.

6p **16** Toon met een exacte berekening aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

De functie  $h$  is gegeven door  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ .

4p **17** Onderzoek via exacte weg of  $h$  een perforatie heeft.