Kijk met de onderstaande uitwerkingen je werk na. Op mijn site vind je bij iedere vraag ook een aanpak en per vraag ook alternatieve uitwerkingen.

Vraag 1: *(link naar alternatieve uitwerking met $f(x) = 4$)*		
1	Ik had bedacht dat de handigste route was om eerst het middelpunt te berekenen en te kijken wanneer die op f ligt. *Zo nee: ga naar alternatieve uitwerking hieronder.*	
	Het midden is $(\frac{1}{2}a, 4)$	
2	Ik heb $(\frac{1}{2}a, 4)$ ingevuld in f	
	Ik kreeg $4 = 8 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a\right)^2$	
3	Haakjes uitwerken tot $4 = 8 - \frac{1}{8}a^2$	
4	Ik heb dit opgelost tot $a = \sqrt{32}$ (of $a = 4\sqrt{2}$)	
Alternatief vraag 1:		
1	Ik heb de formule van PR opgesteld.	
	Dat geeft $y = -\frac{8}{a}x + 8$	
	Ik heb PR gelijkgesteld aan f en kreeg $8 - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{8}{a}x + 8$.	
2	Ik heb dit opgelost tot $x = \frac{16}{a}$.	
3	Ik heb bedacht dat dit x-coördinaat gelijk moet zijn aan het x-coördinaat halverwege x_P en x_R.	
	Dat geeft $\frac{1}{2}a = \frac{16}{a}$.	
4	Dit heb ik opgelost tot $a = \sqrt{32}$ (of $a = 4\sqrt{2}$)	
Vraag 2:		
1	Ik had door dat ik alle vaardigheden in deze vraag op de GR mocht doen.	
	Ik heb $\int_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}\left(8 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big\vert_{x=x}\right)^2}$ dx ingevoerd (of $\int_0^4 \sqrt{1 + (-x)^2}\text{dx}$)	
2	Ik heb op mijn blaadje opgeschreven wat ik in mijn GR heb ingevoerd.	
	Ik kreeg daaruit dat de booglengte 9,293 … is.	
3	Ik heb PR met Pythagoras berekend.	
	Dat geeft $PR = \sqrt{a^2 + 64}$	
4	Ik heb PR en de booglengte gelijkgesteld.	
	Dat geeft $\sqrt{a^2 + 64} = 9{,}293 \ldots$	
5	Ik heb goed omschreven hoe ik deze vergelijking heb opgelost ($\begin{cases} Y_1 = \sqrt{x^2 + 64} \\ Y_2 = 9{,}293 \ldots \end{cases}$ + optie snijpunt of de stappen die je nodig hebt om het algebraïsch op te lossen)	
6	Ik kwam uit op $a \approx 4{,}73$.	
	Ik heb mijn antwoord op twee decimalen afgerond.	
	Controleer dat bij ieder integraalteken een dx staat.	

Vraag 3:		
1	Ik weet dat je een verticale lengte berekend met $y_{\text{boven}} - y_{\text{onder}}$.	
	Ik kreeg hiermee $\text{Lengte(p)} = 4\ln(p) - (\ln(p))^4$.	
2	Ik heb de kettingregel gebruikt bij het differentiëren van $(\ln(p))^4$.	
3	Ik kreeg daarmee de afgeleide: $\text{Lengte}'(p) = 4 \cdot \frac{1}{p} - 4(\ln(p))^3 \cdot \frac{1}{p}$	
4	Ik heb de afgeleide gelijkgesteld aan 0.	
	Vermenigvuldigen met p geeft $4 - 4(\ln(p))^3 = 0$.	
5	Ik heb deze vergelijking opgelost tot $\ln(p) = 1$.	
6	Ik heb bedacht dat ik de vergelijking niet verder hoefde op te lossen, omdat in de formule voor de lengte p alleen als $\ln(p)$ voorkomt.	
	Daarmee kreeg ik een maximale lengte van 3.	
Vraag 4:		
1	Ik had bedacht dat er een periode van de sinusoïde zit tussen A en B *(Zo niet: ga naar de alternatieve uitwerking)*	
	Ik heb berekend dat de periode van de sinusoïde p is.	
	De afstand van A tot B is dus ook p	
2	Ik heb als conclusie opgeschreven $p \geq 8$ (of in woorden p is minstens 8, maar niet $p > 8$ of p is meer dan 8)	
Alternatief vraag 4:		
1	Ik heb $y = 0$ opgelost.	
	Dit geeft $x_A = -\frac{1}{2}p$ en $x_B = \frac{1}{2}p$.	
	Daaruit volgt $AB = p$.	
2	Ik heb als conclusie opgeschreven $p \geq 8$ (of in woorden p is minstens 8, maar niet $p > 8$ of p is meer dan 8)	
Vraag 5: *(link naar alternatieve uitwerking met AM op twee manieren uitdrukken)*		
1	Ik had door dat y' de helling van de weg is.	
	Ik heb de kettingregel gebruikt bij het berekenen van y'.	
2	Ik kreeg hiermee $y' = -\frac{0{,}80\pi}{p}\sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right)$.	
3	Ik had bedacht dat het maximum van een sinusoïde zit bij de evenwichtsstand plus amplitude *(alternatief met $y'' = 0$ kan ook, maar is veel meer werk voor bol 3).*	
	De evenwichtsstand is 0 en de amplitude is $\frac{0{,}80}{p}\pi$.	
	De maximale (absolute) helling is dus $\frac{0{,}80}{p}\pi$.	
4	Je bent $\frac{0{,}80\pi}{p} \leq \frac{1}{15}$ gaan oplossen.	
	Herleiden tot $0{,}80\pi \leq \frac{1}{15}p$ (mag omdat $p > 0$)	
5	Het antwoord: $p \geq 12\pi$ (of $p \geq 37{,}7$)	
	Controleer of je ook de gelijkheid meegenomen hebt.	

Vraag 6:		
1	Ik had door dat je de oppervlakte van het zijaanzicht wilt weten.	
	Ik had goed gelezen dat de y-as in het midden van de sloot zit.	
	Ik heb hieruit goed beredeneert dat de integraal moet lopen van $x = 8$ tot $x = 20$.	
2	Ik heb $\int_8^{20} 0{,}40\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)\right)\mathrm{dx}$ opgeschreven.	
3	Ik had door dat ik deze integraal met mijn GR mocht berekenen.	
	Ik had mijn GR in radialen staan.	
	Ik heb opgeschreven wat ik in mijn GR heb ingevoerd (bijv: Voer in: $\int_8^{20} 0{,}40\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{20}x\right)\right)\mathrm{dx}$)	
	Dit geeft een zijaanzicht van $2{,}378\ldots\ \mathrm{m}^2$	
4	Ik had door dat ik dit met de breedte van de brug moet vermenigvuldigen voor de hoeveelheid beton aan één kant.	
	Ik heb keer twee gedaan om beide kanten bij elkaar te krijgen.	
	Dat geeft een antwoord van $17m^3$ of $16{,}65\mathrm{m}^3$.	
	Controleer of bij iedere integraal een dx staat.	
--	Hoewel het hier geen punt kost, zou mijn advies zijn om op 0 of 2 decimalen af te ronden. Het is namelijk niet helemaal duidelijk of je normaal moet afronden of omhoog (want als je naar beneden afrondt, heb je niet genoeg beton). Het veiligste is dus om op een manier af te ronden die volgens beide manieren goed zijn.	
Vraag 7:		
1	$\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{1}{x}} = 0.$	
2	Voor grote x geldt dus dat $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{\frac{1}{x}}} \approx \sqrt{x+0} = \sqrt{x} = h(x)$	
--	Dit soort 2-puntsvragen komen sinds een paar jaar veel voor op HAVO-examens. Aangezien jullie examen ook twee 2-puntsvragen heeft, sluit ik niet uit dat jullie ook zoiets krijgen. De truc is vrijwel altijd om te beginnen met redeneren over een klein stukje van de functie en dan uit te zoomen (dus $\frac{1}{x}$, dan $\sqrt{\frac{1}{x}}$ en zo door. Zie mijn site voor hoe ze dit op de HAVO noteren).	

Vraag 8:

1	Ik had bedacht dat verschil $= f(x) - h(x)$, want f ligt boven h.	
	Dat geeft verschil $= \sqrt{x + \sqrt{\frac{1}{x}}} - \sqrt{x}$.	
2	Ik had door dat ik verschil $< 0{,}01$ moest oplossen.	
	Ik had door dat ik mijn GR mocht gebruiken.	
	Ik heb genoteerd hoe ik $\sqrt{x + \sqrt{\frac{1}{x}}} - \sqrt{x} = 0{,}01$ met mijn GR het opgelost ($\begin{cases} Y_1 = \sqrt{x + \sqrt{\frac{1}{x}}} - \sqrt{x} \\ Y_2 = 0{,}01 \end{cases}$ en optie Intersect).	
	Dat geeft $x = 49{,}9646 \ldots$	
3	Ik heb dit op zo'n manier op drie decimalen afgerond dat het antwoord klopt voor zowel 49,964 als 49,965	
	Het antwoord: $x \geq 49{,}965$ of $x > 49{,}964$.	

Vraag 9:

1	Ik ken het merkwaardig product $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$	
	Ik heb $f_b(x)$ herschreven tot $f_b(x) = \frac{x-b}{(x-b)(x+b)}$.	
2	Ik heb genoteerd dat de perforatie is bij $x - b = 0$, dus $x = b$	
3	$y_{\text{Perf}} = \frac{1}{b+b} = \frac{1}{2b}$ (of: $\lim_{x \to b} f_b(x) = \lim_{x \to b} \frac{1}{x+b} = \frac{1}{b+b} = \frac{1}{2b}$)	
4	Ik heb de perforatie gesubstitueert in $y = 4x + 1$.	
	Dat geeft $4b + 1 = \frac{1}{2b}$.	
5	Ik heb dit omgeschreven naar de kwadratische vergelijking $8b^2 + 2b - 1 = 0$.	
6	Ik ken de abc-formule uit mijn hoofd.	
	$b = \frac{-2+\sqrt{36}}{2 \cdot 8} \vee b = \frac{-2-\sqrt{36}}{2 \cdot 8}$	
	Controleer of je in deze regel $b =$ en niet $x =$ hebt staan.	
7	Dit leidt tot $b = \frac{1}{4} \vee b = -\frac{1}{2}$	

Tip: Maak voor jezelf een lijstje van waar je gemakkelijk er punten bij had kunnen sprokkelen en naar welke onderwerpen je op basis van dit examen nog extra moet kijken.

Vraag 10:		
1	Ik heb de formule $\cos(\angle(\vec{v},\vec{w})) = \frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{\lvert\vec{v}\rvert\cdot\lvert\vec{w}\rvert}$ (of $\cos(\angle(\vec{v},\vec{w})) = \frac{\lvert\vec{v}\cdot\vec{w}\rvert}{\lvert\vec{v}\rvert\cdot\lvert\vec{w}\rvert}$) gebruikt. Zo niet: zie de alternatieve oplossing.	
	Ik had door dat ik de richtingsvectoren $\vec{v} = \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ en $\vec{w} = \begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ moest gebruiken.	
	Dit heb ik herleid tot $\cos(\angle m,n) = \frac{1\cdot 1 - 2\cdot -3}{\sqrt{1^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+(-3)^2}}$.	
2	Dit geeft $\cos(\angle m,n) = \frac{7}{\sqrt{50}}$	
3	Het eindantwoord is 8 graden.	
	Ik heb het eindantwoord op gehele graden afgerond.	
Alternatieve oplossing vraag 10:		
1	Ik weet dat de richtingscoëfficiënt van $\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ gelijk is aan $a = \frac{q}{p}$.	
	Dit geeft de richtingscoëfficiënten -2 en -3.	
2	Ik weet dat $\tan(\text{hellingshoek})$ =richtingscoëfficiënt geldt.	
	Hiermee heb ik de hellingshoeken $-63{,}434\ldots°$ en $-71{,}565\ldots°$ berekend.	
3	De hoek tussen de lijn is 8 graden (verschil van hellingshoeken)	
	Ik heb het eindantwoord op gehele graden afgerond.	
Vraag 11: *(alternatieve oplossing met nagaan of B voldoet op site)*		
1	Ik weet dat ik het snijpunt van een lijn met een cirkel bereken door de lijn in de cirkel te substitueren.	
	Dat geeft $t^2 + (-2t+1)^2 = 1$ (of $x^2 + (-2x+1)^2 = 1$)	
2	Haakjes uitwerken geeft $5t^2 - 4t = 0$ (of $5x^2 - 4x = 0$)	
3	Dit geeft $t = \frac{4}{5}$ (want $t = 0$ hoort bij $(0,2)$)	
4	Ik weet dat ik de coördinaten van het snijpunt krijg door de waarde van t weer in de vectorvoorstelling in te vullen.	
	Daarmee heb ik aangetoond dat $B\left(\frac{4}{5},\frac{2}{5}\right)$.	

Vraag 12:		
1	Ik weet dat ik het middelpunt van een cirkel met daarop de punten A, B en D krijg door de middelloodlijnen van AB en AD te snijden (want op de middelloodlijnen zitten de punten met gelijke afstand tot de twee punten. Op het snijpunt is de afstand tot de drie punten dus gelijk). Zo niet: Ga naar de alternatieve oplossing.	
	De middelloodlijn van AD is $x = \frac{5}{6}$.	
2	De richtingscoëfficiënt van een andere middelloodlijn berekenen (zie volgende punt)	
3	Een andere middelloodlijn opstellen: • Middelloodlijn AB: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ • Middelloodlijn AC: $y = 2x - \frac{3}{2}$ • Middelloodlijn BC: $y = -x + 1$ • Middelloodlijn BD: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$ • Middelloodlijn CD: $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$	
4	Twee middelloodlijnen snijden geeft $M(\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$.	
	Hiermee herleiden tot $d(M, S) = \sqrt{2}$	
	Ik heb als conclusie opgeschreven dat de afstand niet van p afhangt.	
5	Ik weet dat de straal gelijk is aan MA (of MB of MD).	
	Dat geeft $r = \sqrt{\frac{1}{18}}$.	
6	Ik ben nagegaan of het laatste punt ook op de cirkel ligt (als je de middelloodlijnen van AB en BD pakt, krijg je de cirkel met daarop de punten A, B en D en moet je dus nagaan of $MC = r$, zodat C ook op de cirkel ligt.	
	Controleer of jouw laatste zin antwoord geeft op de vraag.	
Vraag 12 alternatief:		
1	Ik weet dat een standaardcirkel de formule $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ heeft.	
	Ik heb hier drie punten in ingevuld om een stelsel te krijgen als $\begin{cases} (1-p)^2 + q^2 = r^2 \\ \left(\frac{4}{5} - p\right)^2 + \left(\frac{2}{5} - q\right)^2 = r^2 \\ \left(\frac{2}{3} - p\right)^2 + q^2 = r^2 \end{cases}$	
2	De eerste en derde vergelijking gelijkstellen, geeft $(1-p)^2 = \left(\frac{2}{3} - p\right)^2$	
	Ik weet dat $A^2 = B^2$ geeft $A = B \vee A = -B$.	
	Dit geeft $p = \frac{5}{6}$	

3	Ik heb $p = \frac{5}{6}$ weer in het stelsel ingevuld. Dat geeft: $\begin{cases} \frac{1}{36} + q^2 = r^2 \\ \frac{1}{900} + \left(\frac{2}{5} - q\right)^2 = r^2 \end{cases}$	
4	Deze vergelijkingen gelijkstellen geeft $q = \frac{1}{6}$.	
5	Dit weer invullen geeft $r = \frac{1}{18}$.	
6	Nagaan of het punt dat je niet gebruikt hebt ook klopt bij $p = \frac{5}{6}$, $q = \frac{1}{6}$ en $r = \frac{1}{18}$.	
	Controleer of jouw laatste zin antwoord geeft op de vraag.	
Vraag 13		
1	Ik heb de kettingregel correct gebruikt bij het differentiëren van $e^{-\frac{t}{20}}$	
2	Ik kreeg $U'(t) = \frac{3}{5} e^{-\frac{1}{20}t}$.	
3	$U'(0) = \frac{3}{5}$	
	Conclusie: De spanning neemt met 0,6 volt per seconde toe.	
Vraag 14		
1	Ik had door dat je de limietspanning berekent met $\lim_{t \to \infty} U$.	
	$\lim_{t \to \infty} U = 12$	
2	90% van de limietspanning is $0{,}9 \cdot 12 = 10{,}8$.	
3	$12\left(1 - e^{-\frac{t}{20}}\right) = 10{,}8$ moet opgelost worden.	
4	Dit herleiden tot $e^{-\frac{t}{20}} = 0{,}1$	
5	Dit herleiden tot $t = -20\ln(0{,}1)$	
6	Dit geeft $t \approx 46$ seconden	
	Controleer of je jouw antwoord op gehelen afgerond hebt.	
Opdracht 15:		
1	Ik weet dat raken bij $x = 0$ betekent dat $\begin{cases} f(0) = g(0) \\ f'(0) = g'(0) \end{cases}$	
	Uit mijn uitwerking wordt ook duidelijk dat ik dit weet.	
2	Om f te differentiëren heb je of haakjes uitgewerkt of de productregel gebruikt.	
	$f'(x) = 3x^2 - 3x - 1$ of $f'(x) = 2x\left(x - 1\frac{1}{2}\right) + (x^2 - 1) \cdot 1$	
3	$f'(0) = -1$	
4	Ik weet dat ik eerst de absolute waarden moet wegwerken voordat ik g kan differentiëren.	
	Rond $x = 0$ geldt $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$.	
5	$g'(x) = -1$, dus $g'(0) = -1$	
	Conclusie: Omdat $f(0) = g(0)$ en $f'(0) = g'(0)$ raken de grafieken in A.	

Opdracht 16:		
1	Ik heb het snijpunt van f met de x-as berekent.	
	Ik herkende dat die vergelijking in de vorm $A \cdot B = 0$ staat.	
	Dat gaf mij $x = 1$.	
2	$O(\text{links}) = \int_0^1 (x^2 - 1)\left(x - 1\frac{1}{2}\right) \mathrm{dx}$	
3	Ik weet dat ik zo'n integraal alleen kan uitwerken door eerst haakjes uit te werken.	
	$O(\text{links}) = \int_0^1 \left(x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}\right) \mathrm{dx}$	
4	$O(\text{links}) = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x\right]_0^1$	
5	Grenzen invullen geeft dat de oppervlakte links $\frac{3}{4}$ is.	
6	Ik had bedacht dat ik het gebied rechts kon berekenen door de oppervlakte van het linkerdeel af te trekken van de oppervlakte van ΔOAB.	
	Ik weet dat de oppervlakte van een driehoek $\frac{1}{2} \cdot \text{breedte} \cdot \text{hoogte is.}$	
	Dat geeft voor de oppervlakte van ΔOAB $\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{9}{8}$	
	$O(\text{rechts}) = O(\Delta OAB) - O(\text{links}) = \frac{9}{8} - \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$	
	Ik heb afgesloten met een conclusie die antwoord geeft op de vraag.	

Opdracht 17:		
1	Ik weet dat een perforatie alleen kan voorkomen bij $\begin{cases} \text{teller} = 0 \\ \text{noemer} = 0 \end{cases}$	
	Dat geeft $x = 1\frac{1}{2}$.	
2	Ik weet dat bij **onderzoek of** het antwoord meestal nee is en dat er vaak iets gemeens is.	
	Ik weet dat je voor het berekenen van limieten altijd eerst de absolute waarden moet weghalen.	
	Het is mij opgevallen dat links van $x = 1\frac{1}{2}$ en rechts van $x = 1\frac{1}{2}$ de absolute waarden op verschillende manieren weggaan.	
	$h_{\text{links}}(x) = \frac{-x+1\frac{1}{2}}{(x^2-1)(x-1\frac{1}{2})}$ en $h_{\text{rechts}}(x) = \frac{x-1\frac{1}{2}}{(x^2-1)(x-1\frac{1}{2})}$	
3	$\lim\limits_{x \downarrow 1\frac{1}{2}} h(x) = \lim\limits_{x \downarrow 1\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1} = \frac{4}{5}$	
4	$\lim\limits_{x \uparrow 1\frac{1}{2}} h(x) = \lim\limits_{x \uparrow 1\frac{1}{2}} \frac{-1}{x^2-1} = \frac{-1}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1} = -\frac{4}{5}$	
	Conclusie: Aangezien de limiet van links en rechts niet hetzelfde zijn, maakt h een sprong bij $x = 1\frac{1}{2}$. Er is dus geen perforatie.	