

Kijk met de onderstaande uitwerkingen je werk na. Op [mijn site](#) vind je bij iedere vraag ook een aanpak en per vraag ook alternatieve uitwerkingen.

Vraag 1:		
1	Ik weet dat de inhoud bij wentelen om de x -as gelijk is aan $I = \pi \int_{\text{links}}^{\text{rechts}} (f(x))^2 dx.$	
	Ik heb genoteerd dat dit nu neerkomt op $I = \pi \int_0^h (f(x))^2 dx$	
	Controleer: Heb je bij iedere integraal een dx ?	
2	Ik weet dat $\sqrt{A^2} = A$	
	Ik heb dat gebruikt om te komen tot $I = \int_0^h \pi(22x - x^2) dx$	
3	$I = \pi \cdot \left[11x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^h$	
4	$I = \pi \left(11h^2 - \frac{1}{3}h^3 \right) - \pi(0 - 0) = \pi h^2 \left(11 - \frac{1}{3}h \right)$	
	Controleer of je de tussenstep hierboven opgeschreven hebt (zeker bij bewijzen moet de laatste stap niet te groot zijn)	
Vraag 2:		
1	Ik heb opgeschreven dat ik $\pi h^2 \left(11 - \frac{1}{3}h \right) = 425$ genoteerd.	
2	Ik had door dat ik deze vraag met de GR mocht oplossen. Ik heb genoteerd wat ik met de GR doe: Voer in: $\begin{cases} Y_1 = \pi x^2 \left(11 - \frac{1}{3}x \right) + \text{optie snijpunt} \\ Y_2 = 425 \end{cases}$	
3	Het antwoord is 3,7 cm of 37 mm Je hebt het antwoord afgerond op gehele mm.	
Vraag 3: (alternatieve uitwerking op site met oppervlakte op 2 manieren berekenen)		
1	$AC = 5$ (Pythagoras)	
2	Je hebt alle stralen in je plaatje ingetekend. Je hebt door dat $MPQB$ een vierkant is (want straal en raaklijn staan loodrecht op elkaar) $BP = BQ = r$	
3	$AP = AB - BP = 4 - r$ en $CQ = CB - BQ = 3 - r$ Raaklijneigenschap: $AR = AP = 4 - r$ en $CR = CQ = 3 - r$	
4	$AR + CR = AC$ geeft $(4 - r) + (3 - r) = 5.$ Dit oplossen tot $r = 1$	
Vraag 4:		
1	Het is mij opgevallen dat er gelijkvormige driehoeken zijn. $\Delta AUN \sim \Delta APM$	
2	$AP = AB - BP = 4 - 1 = 3$	
3	$\frac{AU}{NU} = \frac{AP}{MP}$ geeft $\frac{AU}{r} = \frac{3}{1}$ en dus $AU = 3r$	

Vraag 5: (alternatieve uitwerking met AM op twee manieren uitdrukken op site)		
1	Ik weet dat de afstand tussen de middelpunten van twee rakende cirkels gelijk is aan de som van de stralen. $MN = 1 + r$	
2	Ik weet dat de standaardtruc is bij dit soort vragen om net zolang zijden uit te drukken in r totdat je een vergelijking krijgt waarmee je r kan berekenen. Bij dit soort cirkelvragen is dat vaak met behulp van Pythagoras (als je de drie zijden uitdrukt in r , krijg je met Pythagoras een vergelijking om r te berekenen) $NT = UP = 3 - 3r$ en $MT = 1 - r$	
3	$NT^2 + MT^2 = MN^2$ geeft: $(3 - 3r)^2 + (1 - r)^2 = (1 + r)^2$	
4	Ik had door dat ik deze vergelijking met de GR mag oplossen. Voer in: $\begin{cases} Y_1 = (3 - 3x)^2 + (1 - x)^2 \\ Y_2 = (1 + x)^2 \end{cases}$ + optie snijpunt	
5	Ik had door dat $r < 1$ en dat ik dus de kleinere oplossing moest geven. Antwoord $r \approx 0,52$ Ik heb het antwoord afgerond op twee decimalen.	
Vraag 6:		
1	Ik weet dat een verticale asymptoot is bij $\begin{cases} \text{noemer} = 0 \\ \text{'Er is geen perforatie'} \end{cases}$ $x = \pi$ in noemer = 0 invullen geeft $1 - 2 \cos(a \cdot \pi) = 0$	
2	Dit oplossen tot $a \cdot \pi = \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee a \cdot \pi = -\frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi$	
3	$a = \frac{1}{3} + k \cdot 2 \vee a = -\frac{1}{3} + k \cdot 2$	
4	Ik heb gecontroleerd dat de teller niet 0 is voor deze waarden van a . $\sin(a\pi) \neq 0$ geeft $a \neq k$, dus asymptoten bij $a = \frac{1}{3} + k \cdot 2 \vee a = -\frac{1}{3} + k \cdot 2$	
Vraag 7:		
1+2	Ik weet nog dat Puntsymmetrie in (a, b) neerkomt op $f(a + p) + f(a - p) = 2b$ Dat geeft $f_2\left(\frac{1}{2}\pi - p\right) + f_2\left(\frac{1}{2}\pi + p\right) = 0$	
3	Haakjes uitwerken geeft: $\frac{\sin(\pi - 2p)}{1 - 2 \cos(\pi - 2p)} + \frac{\sin(\pi + 2p)}{1 - 2 \cos(\pi + 2p)} = 0$	
4	Ik heb door dat ik hier het formuleblad kan gebruiken. Ik heb (met formuleblad of redeneren met eenheidscirkel) gevonden dat $\sin(\pi - 2p) = -\sin(\pi + 2p)$.	
5	Ik heb ook gevonden dat $\cos(\pi - 2p) = \cos(\pi + 2p)$ Deze twee dingen invullen geeft in de vergelijking $0 = 0$ en dus klopt de vergelijking.	

Vraag 8:		
1	Ik heb de vraag opgelost met primitiveren (differentiëren mag niet als er staat dat het met primitiveren moet).	
	Ik weet dat een functie met een product niet geïntegreerd kan worden.	
	Haakjes uitwerken geeft: $f_p''(x) = 12x^2 - 12p^2$	
2	Ik weet dat als ik een constante primitiveer de primitieve x keer deze constante is.	
	Ik weet dat $-12p^2$ een constante is	
	De primitieve van $-12p^2$ wordt $-12p^2x$	
3	Primitiveren geeft: $f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$	
4	Nogmaals primitiveren geeft: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$	
Vraag 9:		
1	$x^4 - 6x^2 - 8x + 5 = -8x$ geeft $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$	
2	Ik heb de substitutie $t = x^2$ gebruikt.	
	$(t - 5)(t - 1) = 0$ geeft $t = 5 \vee t = 1$	
3	Dit leidt tot $x^2 = 5 \vee x^2 = 1$	
4	Conclusie: $x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$ zijn de andere snijpunten.	
Vraag 10:		
1	Ik had door dat de oppervlakten van V_1 en V_3 gegeven waren en dat ik die dus niet opnieuw hoeft te berekenen.	
	$\text{Opp}(V_1) + \text{Opp}(V_3) = 2 \cdot 3 \frac{1}{5} = 6 \frac{2}{5}$	
2	$\text{Opp}(V_2) = \int_{-1}^1 (f_1(x) - -8x) dx$	
	Dit herleiden tot $\text{Opp}(V_2) = \int_{-1}^1 (x^4 - 6x^2 + 5) dx$	
	Controleer of je bij al je integralen een dx hebt staan.	
3	$\text{Opp}(V_2) = \left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x \right]_{-1}^1$	
4	Dit oplossen tot $\text{Opp}(V_2) = 6 \frac{2}{5}$ (noteer berekening!)	
	Conclusie opgeschreven die vraag beantwoord.	

Vraag 11:		
1	Ik heb een route gemaakt van de oorsprong naar punt S , waarmee ik de coördinaten van S kan berekenen.	
	$\vec{OS} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{AP} + \frac{1}{2}\vec{AR}$ (of een andere werkende route)	
2	$\vec{AP} = \begin{pmatrix} 2 \cos(t) \\ 2 \sin(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cos(t) - 2 \\ 2 \sin(t) \end{pmatrix}$	
3	Ik weet dat als ik $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 90 graden naar rechts draai ik $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ krijg	
	$\vec{AR} = \vec{AP}_R = \begin{pmatrix} 2 \sin(t) \\ -2 \cos(t) + 2 \end{pmatrix}$	
4	$\vec{OS} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{AP} + \frac{1}{2}\vec{AR} =$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \cos(t) - 2 \\ 2 \sin(t) \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \sin(t) \\ -2 \cos(t) + 2 \end{pmatrix} =$ $\begin{pmatrix} 1 + \cos(t) + \sin(t) \\ 1 - \cos(t) + \sin(t) \end{pmatrix}$	
Vraag 12: (alternatieve oplossing met formule cirkel met middelpunt M op site)		
1	Ik had door dat ik de afstand van M tot S met Pythagoras kan berekenen.	
	$d(M, S) = \sqrt{(x_S - x_M)^2 + (y_S - y_M)^2}$ $= \sqrt{(1 + \cos(t) + \sin(t) - 1)^2 + (1 - \cos(t) + \sin(t) - 1)^2}$	
2	$d(M, S) = \sqrt{(\cos(t) + \sin(t))^2 + (\cos(t) - \sin(t))^2}$	
3	Haakjes uitwerken geeft $d(M, S) = \sqrt{2(\cos^2(t) + \sin^2(t))}$.	
4	Ik herkende hierin de formule $\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1$	
	Hiermee herleiden tot $d(M, S) = \sqrt{2}$	
	Ik heb als conclusie opgeschreven dat de afstand niet van p afhangt.	
Vraag 13:		
1	Ik weet dat spiegelen in $y = x$ neerkomt op het omdraaien van x en y .	
	Ik moest denken aan de formule $\cos(\alpha) = \frac{ \vec{v} \cdot \vec{w} }{ \vec{v} \cdot \vec{w} }$, omdat de aan te tonen formule begint met $\cos(\alpha)$	
	Richtingsvector van $ax + y = b$ is $\begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$.	
	Na spiegelen: $\begin{pmatrix} -a \\ 1 \end{pmatrix}$	
2	$\cos(\alpha) = \frac{ \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a \\ 1 \end{pmatrix} }{ \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a \\ 1 \end{pmatrix} }$	
3	$\cos(\alpha) = \frac{ 1 \cdot -a - a \cdot 1 }{\sqrt{a^2 + 1} \cdot \sqrt{a^2 + 1}}$	
4	$\cos(\alpha) = \frac{ -2a }{a^2 + 1}$ geeft $\cos(\alpha) = \frac{2a}{a^2 + 1}$	

Vraag 14 (oplossing met eerst $a = -4x$ en dat invullen in $\cos(\alpha) = \frac{2a}{a^2+1}$ op site)	
1	Ik had mij gerealiseerd dat iets wat je moet bewijzen bij vraag 13 vaak nodig hebt bij vraag 14 en ben dus begonnen met $\cos(\alpha) = \frac{2a}{a^2+1}$ op te schrijven.
	$\cos(30^\circ) = \frac{2a}{a^2+1}$
	Ik weet van de exacte-waarden-cirkel dat $\cos(30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
	$\frac{2a}{a^2+1} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
2	$\sqrt{3}a^2 - 4a + \sqrt{3} = 0$
3	Ik heb mij gerealiseerd dat dit een kwadratische vergelijking is en ik dus de abc-formule kan gebruiken.
	Dit geeft $a = \frac{4+\sqrt{4}}{2\sqrt{3}}$ \vee $a = \frac{4-\sqrt{4}}{2\sqrt{3}}$
4	$a = \frac{3}{\sqrt{3}}$ \vee $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$
5	De richtingscoëfficiënt van $y = -ax + b$ is $-a$.
	De richtingscoëfficiënt van $x^2 = \frac{1}{2}y \rightarrow y = 2x^2$ is $y' = 4x$
6	Hellingen zijn gelijk als $4x = -a$
	Dit oplossen tot $x = -\frac{3}{4\sqrt{3}}$ \vee $x = -\frac{1}{4\sqrt{3}}$
Opdracht 15:	
1	Ik ben begonnen met het snijpunt van f met $y = \frac{1}{p}$ te berekenen.
	Dat geeft $x = p$
2	Opp(Rechtsboven) = $\int_p^{2p} (\frac{1}{p} - \frac{1}{x}) dx$ (of Opp(Linksonder) = $p \cdot \frac{1}{p} + \int_p^{2p} \frac{1}{x} dx$
	Controleer dat bij al je integralen een dx staat.
3	Opp(Rechtsboven) = $\left[\frac{1}{p}x - \ln x \right]_p^{2p}$ (of Opp(linksonder) = $1 + [\ln x]_p^{2p}$
4	Opp(Rechtsboven) = $1 + \ln(p) - \ln(2p)$ (met tussenstap) (of Opp(Linksonder) = $1 + \ln(2p) - \ln(p)$
5	Ik ken de rekenregel $\ln(A) - \ln(B) = \ln\left(\frac{A}{B}\right)$.
	Opp(Rechtsboven) = $1 + \ln\left(\frac{p}{2p}\right) = 1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ (of Opp(Linksonder) = $1 + \ln(2)$
6	De oppervlakte linksonder kun je berekenen door de oppervlakte van het hele stuk min de oppervlakte van het stuk rechtsboven te doen.
	De oppervlakte van de heel rechthoek is $2p \cdot \frac{1}{p} = 2$
7	Opp(Linksonder) = $2 - \left(1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) = 1 - \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ (of Opp(Rechtsboven) = $2 - (1 + \ln(2)) = 1 - \ln(2)$
	Conclusie: Beide oppervlaktes hangen niet van p af.

Opdracht 16:		
1	Ik weet dat snelheid gelijk is aan de grote van de snelheidsvector.	
	$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 8,4 \\ 11,2 - 9,8t \end{pmatrix}$	
2	$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 8,4 \\ 11,2 \end{pmatrix}$	
3	$ \vec{v}(0) = \sqrt{8,4^2 + 11,2^2} = 14$	
Opdracht 17:		
1	$h = 1,85$ invullen geeft $r = 20\cos(\alpha)(\sin(\alpha) + \sqrt{\sin^2(\alpha) + 0,185})$	
2	Ik had door dat je deze vraag met de GR mag oplossen	
	Voer in: $Y_1 = 20\cos(x)(\sin(x) + \sqrt{\sin^2(x) + 0,185})$ + optie maximum	
3	Dit geeft 0,74 radialen (42,6° werd ook goed gerekend, maar eigenlijk moet het in radialen, want bovenaan de vraag staat dat α in radialen is)	
Opdracht 18: (oplossing waarbij je na differentiëren het formuleblad gebruikt op site)		
1	$h = 0$ geeft $r = 20\cos(\alpha)(\sin(\alpha) + \sqrt{\sin^2(\alpha)})$	
2	Ik weet dat $\sqrt{A^2} = A$ als $A > 0$	
	Dit gebruiken geeft $r = 20\cos(\alpha)(2\sin(\alpha))$	
	$r = 40\sin(\alpha)\cos(\alpha)$	
3	Met formuleblad wordt dit $r = 20\sin(2\alpha)$	
4	$r' = 40\cos(2\alpha)$	
5	$r' = 0$ geeft $40\cos(2\alpha) = 0$ geeft $\cos(2\alpha) = 0$	
6	Dit exact oplossen tot $\alpha = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \frac{1}{2}\pi$	
	Op het gevraagde interval is dit $\alpha = \frac{1}{4}\pi$	

- Cijfer = $\frac{\text{punten}}{\text{totaal}} \cdot 9 + 1,6$ (bij meer dan 67 punten: kijk [hier](#))
- Maak voor jezelf een lijstje van waar je gemakkelijk er punten bij had kunnen sprokkelen en naar welke onderwerpen je op basis van dit examen nog extra moet kijken.